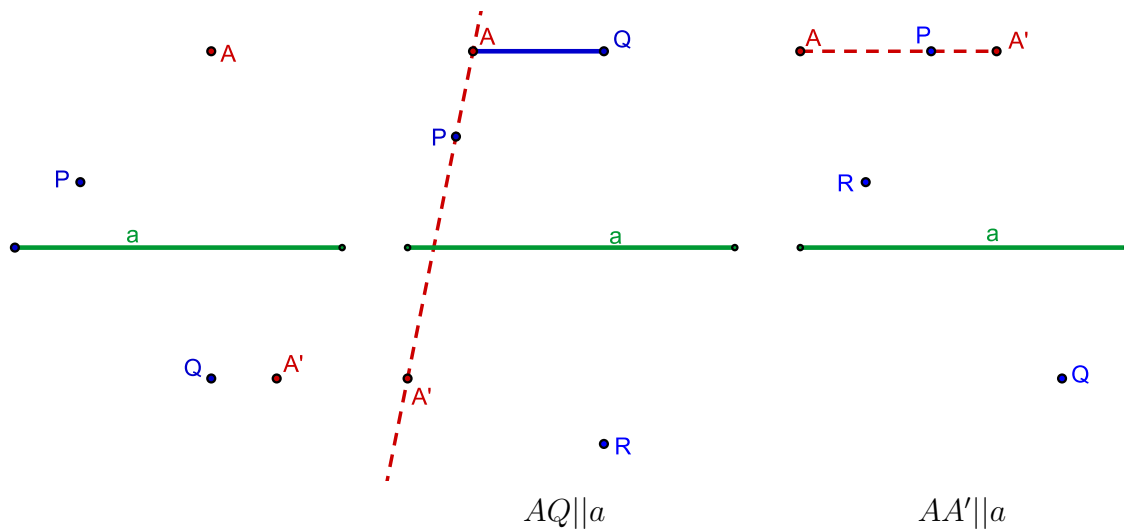


Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T12. In der projektiv abgeschlossenen euklidischen Ebene P^2 sei eine ebene Kollineation $\varphi : P^2 \rightarrow P^2$ gegeben durch Vorgabe eines Punktepaars (A, A') , $A \neq A'$, einer Fixpunktgeraden a , $A, A' \notin a$ und des Fernpunkts von AA' als Fixpunkt Z von φ . Eine solche Abbildung nennt man eine **ebene perspektive Affinität** und bezeichnet die Fixpunktgerade a als **Affinitätsachse** und die Parallelschar zu AA' als **Affinitätsrichtung**.

Konstruieren Sie jeweils die Bilder P', Q', R' der gegebenen Punkte P, Q, R .



T13. In der projektiv abgeschlossenen euklidischen Ebene seien eine ebene perspektive Affinität durch Vorgabe ihrer Achse f und eines Punkt-Bildpunktpaars (M, M') , $M' \neq M \notin f$ sowie ein Kreis k um M mit Radius r gegeben. Das Bild des Kreises ist dann eine **Ellipse**.

- Begründen Sie: Sind a', b' Bilder orthogonaler Kreisdurchmesser a, b , so sind die Parallelen zu b' durch die Endpunkte von a' Tangenten an die Ellipse k' und umgekehrt. Man bezeichnet daher a', b' als **konjugierte Ellipsendurchmesser**.
- Konstruieren Sie ein Paar orthogonaler Geraden durch M , das auf ein Paar orthogonaler Geraden durch M' abgebildet wird. Ist dieses Paar eindeutig bestimmt ?

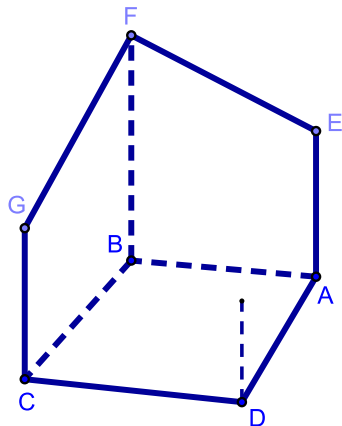
Begründen Sie, dass durch Vorgabe konjugierter Ellipsendurchmesser eine Ellipse eindeutig bestimmt ist.

Hausaufgaben:

H10. Ein Prisma P mit parallelen Kanten AE, BF, CG, DH werde von zwei Ebenen ε_1 , und ε_2 in zwei Vierecken $ABCD$ und $EFGH$ geschnitten.

Untenstehender Parallelriss (erzeugt durch eine Parallelprojektion in die Zeichenebene) zeigt das Bild von P unvollständig.

Ergänzen Sie die fehlende Ecke H und die Kanten GH und EH von P .



H11. In der Koordinatenebene \mathbb{R}^2 sei eine Ellipse e durch Vorgabe zweier konjugierter Halbmesser MP, MQ gegeben. Zudem sei eine Gerade g durch Vorgabe zweier Punkte A, B gegeben. $M = (0; 0)$, $P = (4; 0)$, $Q = (2; 3)$, $A = (-3; 4)$, $B = (0; -5)$.
Konstruieren Sie:

- die Schnittpunkte S_1, S_2 der Geraden g und der Ellipse e , sofern diese existieren,
- die zur Geraden g parallelen Ellipsentangenten t_1, t_2 mit den Berührungspunkten B_1, B_2 ,
- den zu B_1B_2 konjugierten Ellipsendurchmesser C_1C_2 .

Hinweis: Fassen Sie die Ellipse als Bild eines Kreises unter einer ebenen perspektiven Affinität auf, der mit der Ellipse einen Durchmesser gemeinsam hat.

H12. Beim Vertauschen der vier Punkte im Doppelverhältnis $DV(A, B, C, D) =: \lambda$ gilt:

$$DV(A, B, D, C) = \frac{1}{\lambda}, \quad DV(A, C, B, D) = 1 - \lambda \quad \text{und} \quad DV(B, A, C, D) = \frac{1}{\lambda}.$$

Bestimmen Sie daraus die Doppelverhältnisse für die restlichen 20 Permutationen der Punkte A, B, C, D ohne diese explizit als Doppelverhältnisse zu bestimmen.