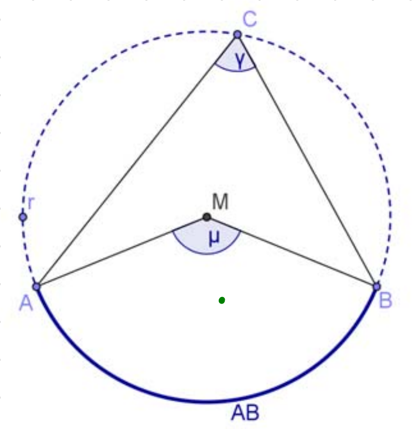
Geometrie LB Übungen Blatt 3

Notiztitel 19.10.2014

I 07

a)



Gegeben:

Mittelpunktswinkel μ des Bogens AB

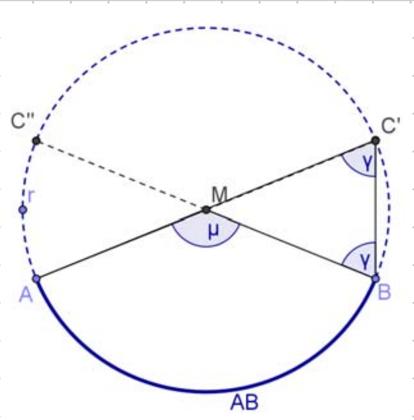
(Winkel um den A um M nach B gedreht werden muss)

Peripheriewinkel γ von $C \in$ Bogen BA

(Peripheriekreisbogen BA gestrichelt)

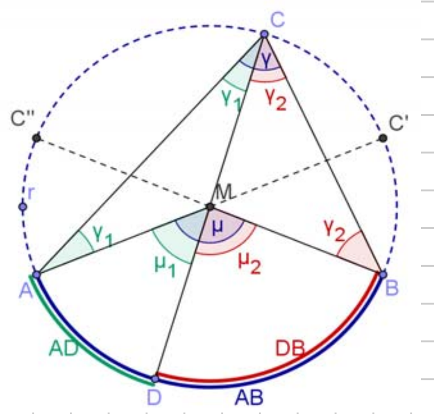
Behauptung: $\mu = 2\gamma$

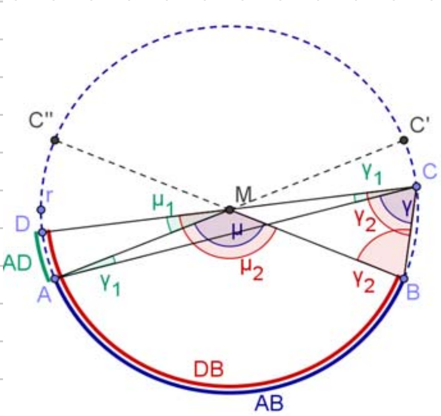
Betrachte Spezialfälle:



(Außenwinkel ist Summe der nicht anliegenden Innenwinkel)

Betrachte daher im allgem. Fall den Kreisdurchmesser CD durch M

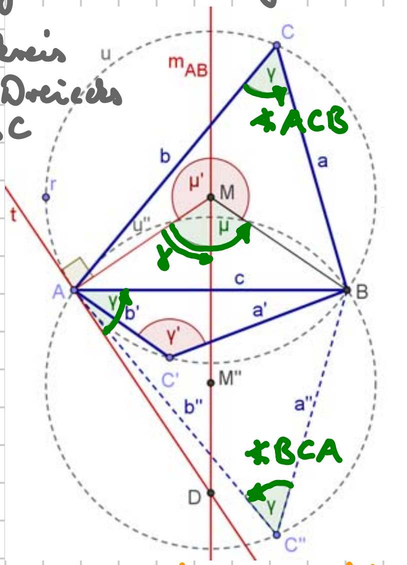




b)

<u>Beachte:</u> Ersetzt man „Bogen AB" durch „Strecke AB", so muss man unterscheiden, ob M und C auf derselben Seite der Geraden AB liegen oder nicht. Satz des Thales als Spezialfall!

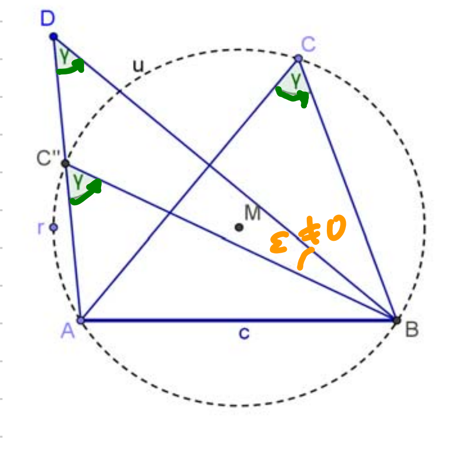
Umkreis des Dreiecks ABC



Betrachtet man die Tangente in A an u, und ihren Schnittpunkt D mit dem Mittellot m_{AB} von A und B, so gilt im rechtwinkligen Dreieck AMD: $\sphericalangle AMD = \sphericalangle DAB = \gamma$.

Damit erhält man „umgekehrt" u bei gegebener Strecke AB und Winkel γ, zunächst als Kreispaar symmetrisch zu AB, und <u>eindeutig</u> bei Verwendung <u>orientierter</u> Winkel $\sphericalangle ACB \begin{Bmatrix} >0 & \text{gegen} \\ <0 & \text{im} \end{Bmatrix}$ Uhrzeigersinn, vgl. T10-Umkreis2.ggb

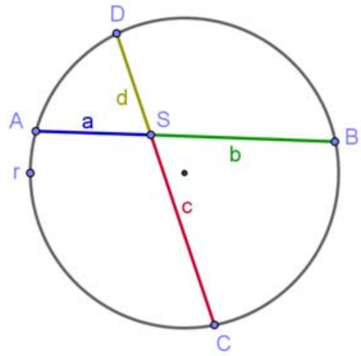
c)

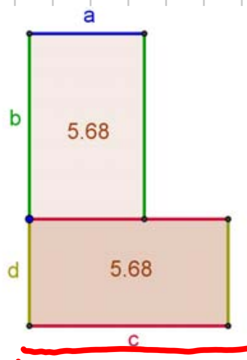


Vgl. auch T10-Uhr.ggb

(bzw. $\sphericalangle ADC'' \neq 0 \Rightarrow \gamma = \sphericalangle BC''A = \gamma + \varepsilon \neq \gamma$ ↯)

T08:





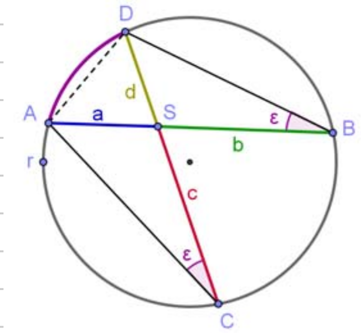
Behauptung: $a \cdot b = c \cdot d$

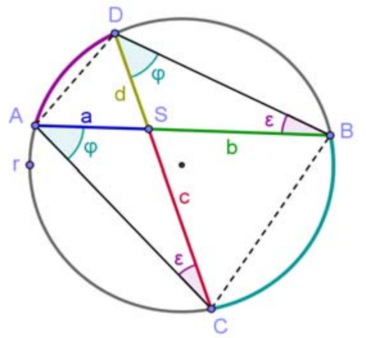
Gegeben: Kreis mit 2 Sehnen AB und CD, die einander schneiden

$S = AB \cap CD$

(S innerhalb des Kreises)

Mit Hilfe des Peripheriewinkelsatzes gilt:





Bemerkungen: 1) Offenbar ist für jede Sehne durch S das Produkt der Sehnenabschnitte gleich (Verschiebe C)

2) Ist CD ein Kreisdurchmesser,

so gilt mit $r = \overline{MC} = \overline{MD}$ und $s = \overline{SM}$:

$c \cdot d = (r+s) \cdot (r-s) = r^2 - s^2 = \underline{const}$

3) Der Satz gilt auch, falls sich die Geraden AB und CD außerhalb des Kreises schneiden.

(vgl. Sekanten/Tangentensatz)