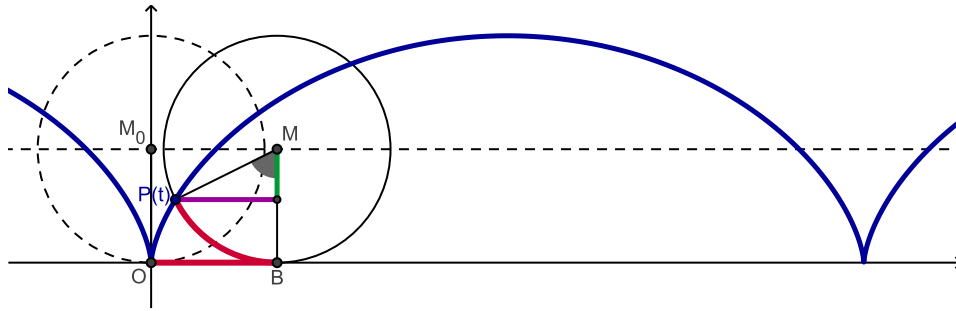


Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

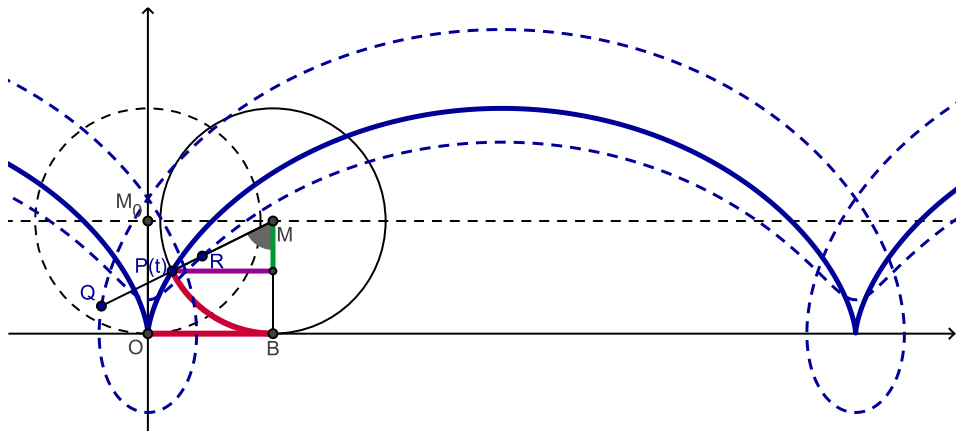
Tutoraufgaben:

T22. Eine Kreisscheibe mit Radius 1 rollt in der xy -Ebene die x -Achse entlang. Die durch einen festen Punkt auf dem Rand der Kreisscheibe beschriebene Kurve c heißt **Zykloide**. Bestimmen Sie:

- eine Parameterdarstellung von c ,
- die singulären Punkte von c ,
- die Länge von c zwischen zwei benachbarten singulären Punkten.



Zusatz: Punkte Q, R , die fest mit dem Kreis verbunden sind, beschreiben bei der Rollbewegung **verkürzte bzw. verlängerte Zykloiden**, wenn ihr Abstand vom Kreismittelpunkt M kleiner oder größer als der Kreisradius 1 ist.



Begründen Sie, warum diese Zykloiden keine singulären Stellen haben.

T23. Gegeben sei die Parameterdarstellung einer ebenen C^∞ -Kurve durch:

$$c : \vec{x}(u) = \left(\frac{1-u^2}{1+u^2}, \frac{u-u^3}{1+u^2} \right)^T, \quad u \in \mathbb{R}.$$

- Untersuchen Sie c auf singuläre Stellen und Doppelpunkte.
- Skizzieren Sie den Verlauf von c .
- Zeigen Sie, dass $f : \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[\rightarrow \mathbb{R}$
 $v \mapsto u = f(v) := \tan v$ eine zulässige Parametertransformation von c ist. Geben Sie die neue Parameterdarstellung von c an.

Hausaufgaben:

H21. Zeigen Sie allgemein für $\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ und $t = f(u)$:

- Die Ableitung von $(\dot{\vec{x}}(t))^2$ nach t ist $2\dot{\vec{x}}(t) \cdot \ddot{\vec{x}}(t)$.
- Die Komposition $\vec{y}(u) := \vec{x}(f(u))$ ist 3-mal stetig nach u differenzierbar, wenn \vec{x} und f 3-mal stetig differenzierbar sind. Geben Sie dazu die ersten drei Ableitungen von \vec{y} nach u mit Hilfe der Ableitungen von \vec{x} und f an.

H22. Eine Kettenlinie kann durch $c : \vec{x}(t) = (t, \cosh t)^T$, $t \in \mathbb{R}$ parametrisiert werden.

Bestimmen Sie die Bogenlänge $s = s(t)$ von c von $\vec{x}(0)$ bis $\vec{x}(t)$ und stellen Sie c in Abhängigkeit der Bogenlänge s dar.

