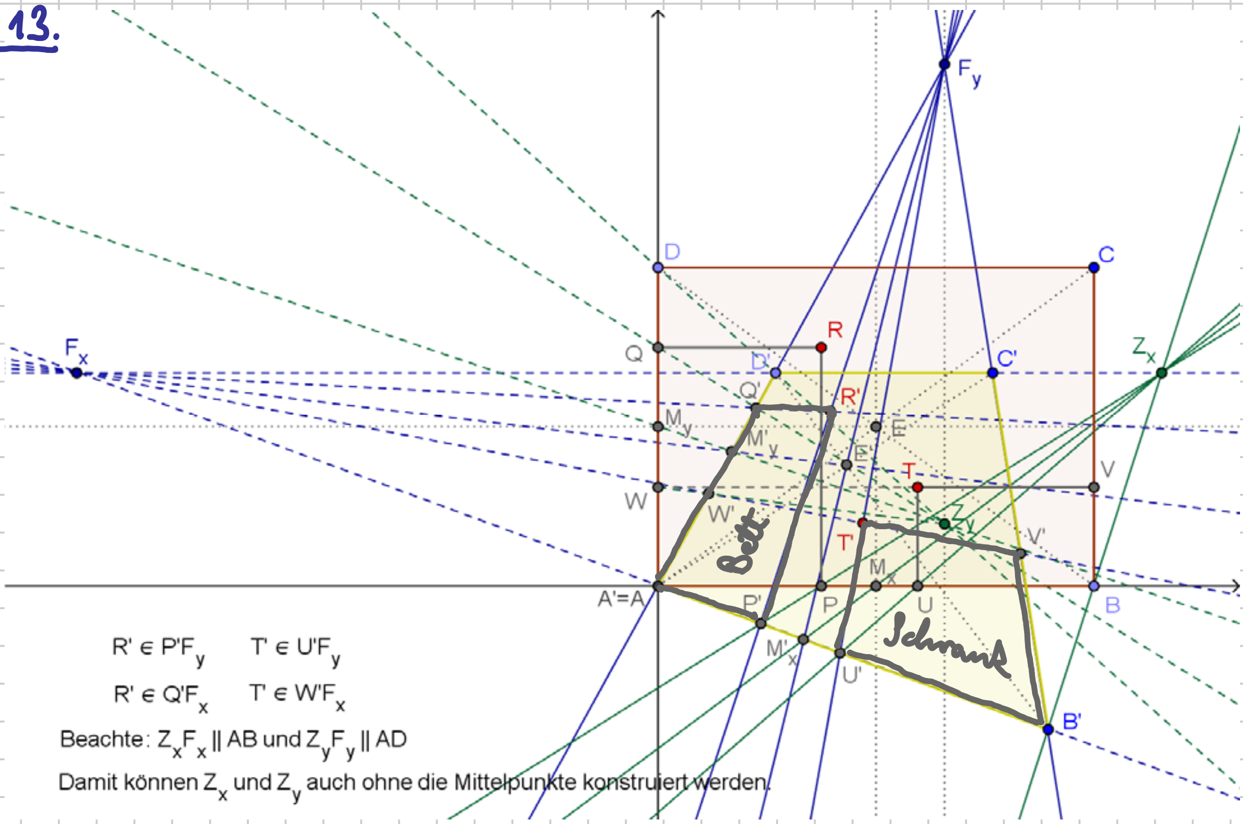
Geometrie LB Blatt 6 Hausaufgaben

Notiztitel 08.11.2014

H13.



a) Konstruktionsbeschreibung:

1)

2)

3)

b) Konstruktionsbeschreibung:

$(1) \wedge (3) \Rightarrow R' = F_y P' \cap F_x Q'$ und $(2) \wedge (4) \Rightarrow T' = F_y U' \cap F_x W'$

<u>Anmerkung:</u>

k_{Z_x} bildet Fernpunkt F_{AB} der Geraden AB auf

$F_x = \underbrace{Z_x F_{AB}}_{\parallel AB \text{ durch } Z_x} \cap A'B'$ ab $\Rightarrow Z_x F_x \parallel AB = x$-Achse

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \overset{\parallel}{\text{hier: } C'D'}$ da $C'D' \parallel x$-Achse

$\Rightarrow Z_x \in C'D'$? \ vorgegeben ?

$\Rightarrow$ alternative Konstruktion von Z_x (ohne M_x und M'_x ?)

$Z_x = BB' \cap h_{F_x}$ mit Parallelen h_{F_x} zur x-Achse durch F_x.

<u>analog:</u>

k_{Z_y} bildet Fernpunkt F_{AD} der Geraden AD auf

$F_y = Z_y F_{AD} \cap A'D'$ ab $\Rightarrow Z_y F_y \parallel AD = y$-Achse

$\Rightarrow$ alternative Konstruktion von Z_y (ohne M_y und M'_y ?)

$Z_y = DD' \cap h_{F_y}$ mit Parallelen h_{F_y} zur y-Achse durch F_y.

H14. $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{p} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Punkte $A(\vec{a})$, $C(\vec{c})$, $P(\vec{p})$ eigentlich; $B(\vec{b})$, $Z(\vec{z})$ <u>Fernpunkte</u>

a)

<u>alternativ:</u> $\varepsilon = ABC: \vec{x} = \lambda \vec{a} + \mu \vec{b} + \nu \cdot \vec{c}$, $\lambda, \mu, \nu \in \mathbb{R}$, $\lambda^2 + \mu^2 + \nu^2 \neq 0$

d.h. $\vec{x} \neq \vec{0}$!

$\Rightarrow$ Gleichung von ε: $\det(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{x}) = 0$

$$\det \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & x_0 \\ 2 & 1 & 0 & x_1 \\ 0 & 2 & 2 & x_2 \\ 1 & 1 & 1 & x_3 \end{pmatrix} \underset{\text{Entwicklung nach 1. Zeile}}{=} 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_1 \\ 2 & 2 & x_2 \\ 1 & 1 & x_3 \end{pmatrix} + 1 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 1 & x_1 \\ 0 & 2 & x_2 \\ 1 & 1 & x_3 \end{pmatrix} + (-1) \cdot x_0 \cdot \det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= 2x_3 + \cancel{2x_1} - \cancel{2x_1} - \cancel{x_2} + 4x_3 + \cancel{x_2} - 2x_1 - 2x_2 - x_0 \cdot (4 + 2 - 4) =$$

$$= -2x_0 - 2x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 0 \;\Big|\; : \underset{\text{homog. Faktor}}{-2} \iff x_0 + x_1 + x_2 - 3x_3 = 0$$ <u>vgl. oben</u>

b)

c)

d)

Probe: $\vec{u}^T \vec{p}' = (1\;1\;1\;-3)\begin{pmatrix}3\\2\\4\\3\end{pmatrix} = 3+2+4-9 = 0 \Rightarrow P'(\vec{p}') \in E$

$\vec{p}' = \begin{pmatrix}3\\2\\4\\3\end{pmatrix} = 3\cdot\begin{pmatrix}1\\0\\0\\1\end{pmatrix} + 2\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix} = 3\cdot\vec{p} + 2\cdot\vec{z} \Rightarrow P' \in PZ$

$\Rightarrow P' = PZ \cap E$

Faktoren geeignet gewählt!

Probe: $M\vec{a} = \begin{pmatrix}3 & 0 & 0 & 0\\ -1 & 2 & -1 & 3\\ -2 & -2 & 1 & 6\\ 0 & 0 & 0 & 3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}3\\6\\0\\3\end{pmatrix} = 3\cdot\begin{pmatrix}1\\2\\0\\1\end{pmatrix} \Rightarrow$ Bild von A ist A!

homogenisierender Faktor

Z = Fernpunkt ⇒ Zentralproj. ist Parallelproj. in Richtung $\begin{pmatrix}0\\1\\2\\0\end{pmatrix}$