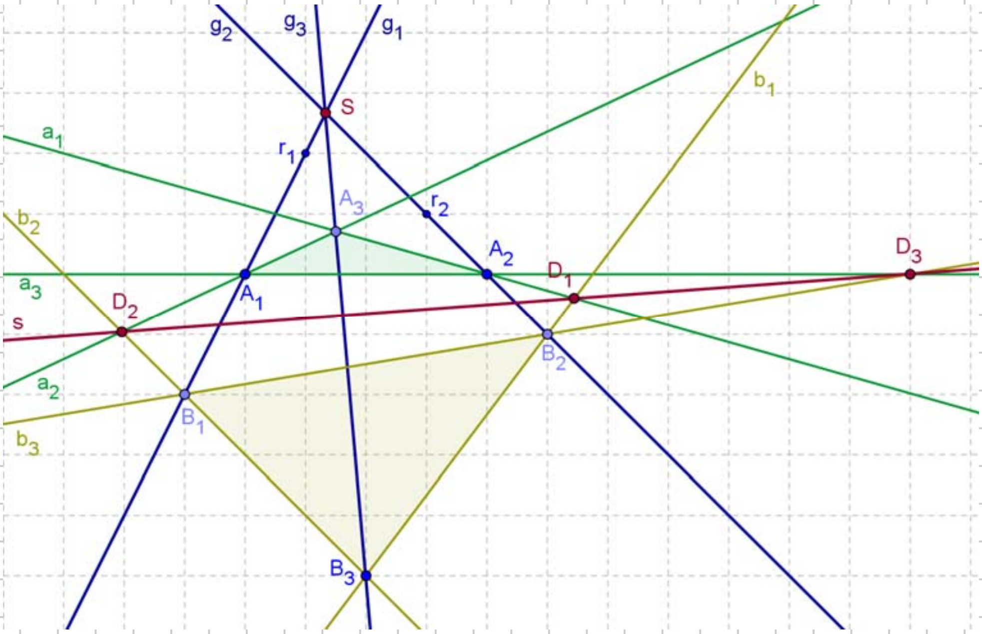
Geometrie LB   Blatt 4   Hausaufgaben

Notiztitel   27.10.2014

H8.



Die Figur zeigt die Kanten und Linien eines 3-eckigen Prismas ohne Berücksichtigung der Sichtbarkeit.

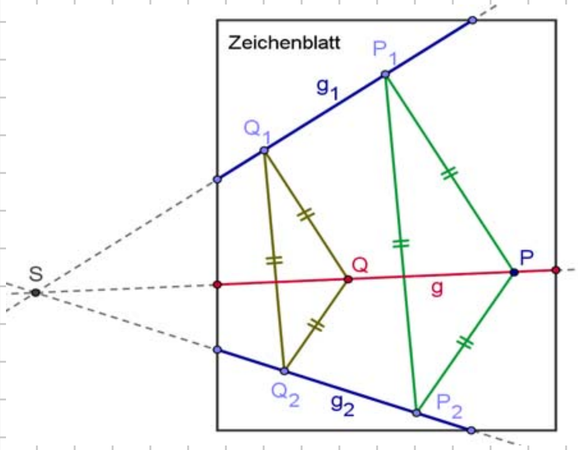
a)

b)

Beachte: Das Axiom von DESARGUES ergibt sich im Fall $\alpha \parallel \beta$. Dann liegen D_1, D_2, D_3 auf der Ferngeraden von α und β

Die Aussage gilt auch im Fall, dass S ein Fernpunkt ist, d.h. bei einem 3eckigen Prisma $\boxed{\text{vgl. Papiermodell.}}$

H9.



gegeben: $g_1 \nparallel g_2$, P

gesucht: $g = PS$ mit $S = g_1 \cap g_2$

ohne Zuhilfenahme des Punktes S außerhalb des Zeichenblattes (Rahmen)

Begründung mit der Umkehrung des (nicht verlangt!)

(SD) Satz von Desargues mit $g_3 := g$, $P_3 := P$, $Q_3 := Q$

Sind g_1, g_2, g_3 drei verschiedene Geraden durch einen Punkt S und $P_k, Q_k \in g_k \setminus \{Z\}$ mit $P_k \neq Q_k$ für $k \in \{1,2,3\}$ so gilt: Aus $P_1P_2 \parallel Q_1Q_2$ und $P_2P_3 \parallel Q_2Q_3$ folgt $P_1P_3 \parallel Q_1Q_3$

Umgekehrt gilt:

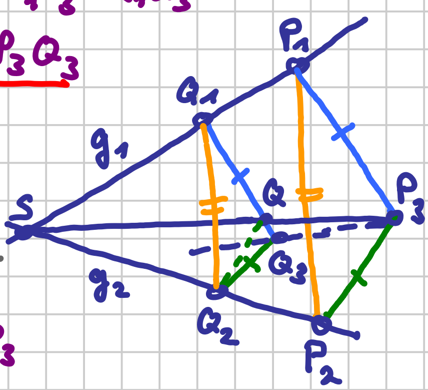
Liegen $P_1P_2 \parallel Q_1Q_2$, $P_2P_3 \parallel Q_2Q_3$ und $P_1P_3 \parallel Q_1Q_3$, so gilt: P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3 schneiden einander in einem Punkt S. (ggf. Fernpunkt)

Beweis durch Widerspruch

gegeben: $P_1P_2 \parallel Q_1Q_2$; $P_2P_3 \parallel Q_2Q_3$; $P_1P_3 \parallel Q_1Q_3$

Annahme: o.E. $S = P_1Q_1 \cap P_2Q_2 \notin P_3Q_3$

Sei $Q = Q_1Q_3 \cap SP_3 \overset{(SD)}{\Rightarrow}$



$Q_1Q_2 \parallel P_1P_2 \wedge Q_1Q \parallel P_1P_3 \Rightarrow Q_2Q \parallel P_2P_3$

Parallelenaxiom $\Rightarrow$ $\underset{Q \in Q_1Q_3}{Q_1Q = Q_1Q_3}$ und $\underset{\text{Paral. zu } P_2P_3 \text{ durch } Q_2}{Q_2Q = Q_2Q_3}$

$\Rightarrow Q_3 = Q_1Q_3 \cap Q_2Q_3 = Q_1Q \cap Q_2Q = Q \in SP_3$

$\Rightarrow S \in P_3Q_3$ ↯ zur Voraus.