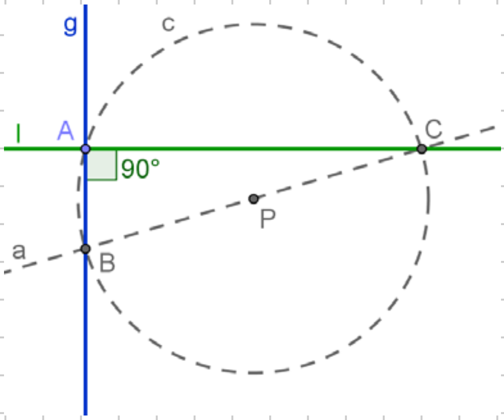
Geometrie LB Blatt 1 Hausaufgaben

Notiztitel 13.10.2014

H1.



Begründung: $AB \perp AC$, da A auf dem Kreis über der Strecke $\overline{BC}$ liegt. (Thales)

Konstruktionsbeschreibung:

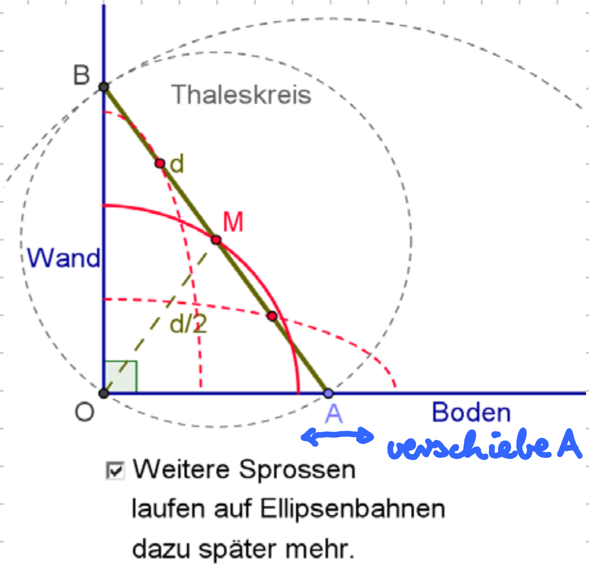
gegeben: Gerade g, Punkt $A \in g$

gesucht: $l \perp g$ durch A

Konstruktion:

1) Wähle $P \notin g$ beliebig (o.E. so, dass $PA \not\perp g$)
2) Schneide Kreis c um P durch A mit g: $\{A, B\} = c \cap g$
3) Schneide Gerade $a = BP$ mit c: $\{B, C\} = a \cap c$
4) Dann ist $l = AC$.

H2.



1) Reduktion des räumlichen Problems auf ein ebenes Problem durch Seitenansicht ⇒ Leiter, Wand und Boden sind Strecken oder Geraden wobei Wand und Boden senkrecht aufeinander stehen und die (idealisierte) Fußbodenleiste als Punkt O erscheint.

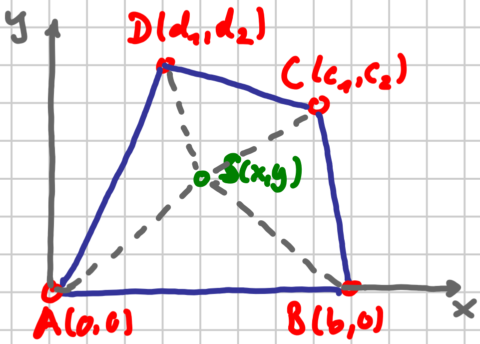
2) Die Leiter (Strecke $\overline{AB}$) der Länge d mit Auflagepunkt A am Boden berührt die Wand im Punkt B = Schnittpunkt

des Kreises um A mit Radius d und der Wand.
Dann ist das Dreieck ABO rechtwinklig, womit O (nach der Umkehrung des Satzes von Thales) auf dem Thaleskreis über der Strecke $\overline{AB}$ liegt, d.h. dem Kreis um den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AB}$ mit Radius $\frac{d}{2}$.

$\Rightarrow \overline{OM} = \frac{d}{2}$ und das in jeder Lage der Leiter / Wahl von A

$\Rightarrow$ M liegt auf einem Kreis um O mit Radius $\frac{d}{2}$.

3) Im Raum liegt die mittlere Sprosse der Leiter auf einem Drehzylinder mit Radius $\frac{d}{2}$ und der Fußbodenleiste als Achse.



Zusatz zu T3

Analytisch wäre folgendes Extremalwertproblem mit zwei Unbekannten zu lösen:

$$f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2} + \sqrt{(x-b)^2+y^2} + \sqrt{(x-c_1)^2+(y-c_2)^2} + \sqrt{(x-d_1)^2+(y-d_2)^2}$$

wobei bei den partiellen Ableitungen nach x bzw y in jedem Summanden die Wurzel im Nenner steht, d.h. das Gleichungssystem $\operatorname{grad} f = \binom{0}{0}$ ist sicher nicht einfach zu lösen.

Hier liefert die Elementargeometrie elegant die Lösung wie auch bei der minimalen Abstandssumme von drei Eckpunkten.

Für die minimale Abstandssumme zu n Punkten mit $n \geq 5$ lässt sich die Lösung i.a. nicht geschlossen darstellen.