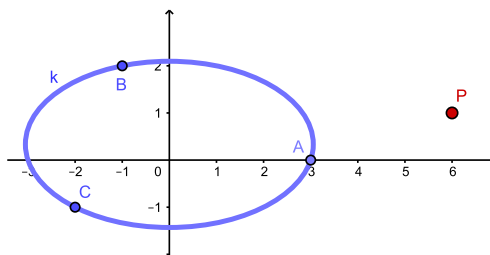


Geometrie für das Lehramt an beruflichen Schulen

Tutoraufgaben:

T20. In affinen xy -Koordinaten sei ein Kegelschnitt k gegeben durch: $k : x^2 + 3y^2 - 2y = 9$, sowie die Punkte $A(3, 0)$, $B(-1, 2)$, $C(-2, -1)$ auf k und der Punkt $P(6, 1)$.

- a) Bestimmen Sie (mithilfe der homogenen Gleichung von k) die Polare h von P bzgl. k sowie die Schnittpunkte $\{D, E\} = h \cap k$.
- b) Welche Eigenschaften haben die Verbindungsgeraden $f = PD$ und $g = PE$?
- c) Wie kann man mithilfe der Polaren h von P bzgl. k feststellen, welcher der Punkte A, B, C von P aus gesehen werden kann (Eigenschaften)?



T21. Sei $\vec{s} \in \mathbb{R}^3 \setminus \{\vec{0}\}$ und S die schiefsymmetrische Matrix mit $S\vec{x} = \vec{s} \times \vec{x}$ für alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$.

- a) Man zeige, dass die Matrix $E - S$ regulär ist.
- b) Man zeige, dass die Matrix $U := (E - S)^{-1}(E + S)$ eine Drehmatrix ist.
- c) Für $U \neq E$ bestimme man die Drehachse und den Drehwinkel der zu U gehörigen Drehung.

Hausaufgaben:

H18. Bekanntlich hat in der euklidischen Ebene die Hyperbel $h : xy = \frac{1}{2}$ die Asymptoten $x = 0$ und $y = 0$.

- a) Geben Sie die Gleichung von h in homogenen Koordinaten an und betrachten Sie nun h als Kegelschnitt in der projektiv erweiterten euklidischen Ebene.
- b) Ermitteln Sie die Schnittpunkte H_1, H_2 von h mit der Ferngeraden.
- c) Ermitteln Sie jeweils eine Gleichung der Tangente g_1, g_2 von h in jedem der beiden Punkte H_1, H_2 .
- d) Vergleichen Sie g_1, g_2 mit den beiden Asymptoten.

H19. Seien A, B, C drei Punkte des Anschauungsraumes, die nicht auf einer Geraden liegen, und k eine reelle Zahl. Seien X, Y, Z diejenigen Punkte, für die gilt:

$$\overrightarrow{AX} = k \cdot \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{BY} = k \cdot \overrightarrow{BC}, \quad \overrightarrow{CZ} = k \cdot \overrightarrow{CA}.$$

Man zeige: Für die Flächen F_1 des Dreiecks ABC und F_2 des Dreiecks XYZ gilt:

$$F_2 = (3k^2 - 3k + 1) \cdot F_1.$$

Hinweis: Betrachte das Dreieck im \mathbb{R}^3 .

H20. Man bestimme die Drehachse und den Drehwinkel der durch die Matrix

$$U = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

gegebenen Drehung.