

Einige Sätze aus den Elementen des Euklid:

(Die Sätze sind zum Teil wörtlich aus einer Übersetzung entnommen, zum Teil in etwas modernerer Sprache formuliert, wenn das dem leichteren Verständnis dienlich ist.

Die Sätze werden heute meist in anderer Reihenfolge bewiesen.)

1) Kongruenzsätze:

Zwei Dreiecke sind kongruent, wenn sie übereinstimmen:

- in zwei Seiten und im eingeschlossenen Winkel (Kongruenzsatz SWS);
- in allen drei Seiten (Kongruenzsatz SSS);
- in einer Seite und den beiden anliegenden Winkeln (Kongruenzsatz WSW);
- in einer Seite, einem anliegenden Winkel und einem gegenüberliegenden Winkel (Kongruenzsatz WWS).

2) Die Summe der Innenwinkel eines Dreiecks beträgt zwei rechte Winkel.

Figur-1-ES-2-Winkelsumme

3) Liegen die Seiten AB und DE zweier Dreiecke ABC und DEF auf einer Geraden und sind sie gleich lang, und ist die Gerade CF parallel zu der Geraden AB , so sind die Flächen der Dreiecke ABC und DEF gleich groß.

Figur-1-ES-3-Flächengleich

4) Lehrsatz des Pythagoras und seine Umkehrung.

5) Über einem Kreisbogen ist der Mittelpunktswinkel doppelt so groß wie ein Umfangswinkel.

Figur-1-ES-5-Umfangswinkel , vgl. Übung

6) Alle Umfangswinkel über einem Kreisbogen sind gleich.

7) Schneiden einander zwei Sehnen eines Kreises, so ist das Rechteck aus den Teilen der einen Sehne flächengleich dem Rechteck aus den Teilen der anderen Sehne.

Figur-1-ES-7-Sehnensatz , vgl. Übung

8) Die Strahlensätze.

9) Eine Winkelhalbierende im Dreieck teilt die Gegenseite im Verhältnis der beiden anderen Seiten.

Figur-1-ES-9-Winkelhalbierende , vgl. Übung

10) Winkelgleiche Dreiecke haben dieselben Seitenverhältnisse.

11) Das Flächenverhältnis ähnlicher Dreiecke ist das Quadrat der Seitenverhältnisse.

12) Es gibt mehr Primzahlen als jede vorgelegte Anzahl von Primzahlen.

13) Schneiden einander zwei Ebenen, so ist ihr Schnitt eine Gerade.

14) Zwei Lote auf derselben Ebene sind parallel.

15) Wird eine Ecke von drei ebenen Winkeln umfasst, so sind zwei beliebige zusammen größer als der dritte.

Figur-ES-15-Winkelecke

16) Die Volumen von Tetraedern mit gleicher Höhe verhalten sich wie die Grundflächen der Tetraeder.

17) Das Volumen eines Kegels ist ein Drittel des Volumens des Zylinders mit gleicher Grundfläche und Höhe.

18) Außer den fünf Platonischen Körpern gibt es keinen weiteren Körper, der von einander gleichen gleichseitigen und gleichwinkligen Figuren umfasst wird. (Im Beweis wird implizit die Konvexität der Körper verwendet.)